

FUNKSIYA HOSILASINING TADBIG'I

Turdiboev Sanjar Sobirjon o'g'li, o'qituvchi

Bolqiboyev Jasurbek Baxtiyor o'g'li, talaba

Annotatsiya. Ushbu maqolada amaliy masalalarni funksiya hosilasi yordamida yechishning usullari keltirib o'tilgan. Bu usullar orqali o'quvchilar amaliy masalalarni funksiya hosilasi yordamida tez va oson bajarishlari ko'zda tutilgan.

Kalit so'zlar. Funksiya, hosila, masala, grafik.

Fan va texnika jadal suratda rivojlanayotgan hozirgi paytda ta'lim sohasida ko'pgina o'zgarishlar kuzatilmoqda. O'quv adabiyotlarini yaratish, pedagog kadrlar ilmiy salohiyatini oshirish, ta'lim va tarbiya uzviyligi bilan bog'liq umumiy yo'nalishlarda faoliyat olib borilmoqda. Bu esa muammoning umumiy metodologik xarakterga ega ekanligini ko'rsatadi. Ayni paytda bu umumiy yo'nalishlar ta'limni boshqarish va tashkillashtirish, ta'lim turlari va yo'nalishlari, uzviylik va integratsiyani ta'minlash, o'qitish metodlari va vositalari kabi yo'nalishlarda xususiylashadi.

$f(x)$ funksiya (a,b) intervalda aniqlangan bo'lsin. Bu intervalda x_0 nuqta olib, unga shunday, $\Delta x (\Delta x > 0)$ orttirma beraylikki, $x + \Delta x \in (a,b)$ bo'lsin.

Natijada $f(x)$ funksiya ham x_0 nuqta $\Delta y = \Delta f(x_0) = f(x + x_0) - f(x_0)$ orttirmaga ega bo'ladi.

Ushbu

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(\Delta x + x_0) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \Delta x \neq 0$$

nisbatni qaraymiz. Ravshanki, bu nisbat Δx ning funksiyasi bo'lib, u Δx ning noldan farqli qiymatlarida, jumladan nol nuqtaning yetarli kichik

$$U_\phi = (\Delta x \in R - \phi < \Delta x < \phi) \quad \phi > 0$$

aniqlangan.

$$x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit $f'(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb ataladi. Funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi $f'(x)$ yoki y' kabi yoziladi.

Demak,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Bunda $x_0 + \Delta x = x$ deb olaylik. Unda $\Delta x = x - x_0$ va $\Delta x \rightarrow 0$ da $x \rightarrow x_0$ bo'lib, natijada

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

bo'ladi.

demak, $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi $x \rightarrow x_0$ da

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

nisbatning limiti sifatida ham ta'riflash mumkin:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Agar $f(x)$ funksiya (a, b) intervalning har bir nuqtasida hosilaga ega bo'lsa, bu hosila x o'zgaruvchining funksiyasi bo'ladi.

2-ta'rif. Agar, $\Delta x \rightarrow +0$ ($\Delta x \rightarrow -0$) da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limit

$$\lim_{\Delta x \rightarrow +0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow +0} \frac{f(\Delta x + x_0) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow -0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow -0} \frac{f(\Delta x + x_0) - f(x_0)}{\Delta x}$$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi **o'ng (chap) hosilasi** deb ataladi. Funksiyaning x_0 nuqtadagi o'ng(chap) hosilasi $f'(x_0 + o)$, $f'(x_0 - o)$ kabi belgilanadi. Odatda funksiyaning o'ng va chap hosilalari bir tomonli hosilalar deb ataladi.

1-teorema. Agar $f(x)$ funksiya biror x_0 nuqtada $f'(x_0)$ hosilaga ega bo'lsa, funksiya shu nuqtada bir tomonli $f'(x_0 + o)$, $f'(x_0 - o)$ hosilalarga ham ega bo'lib

$$f'(x_0 + o) = f'(x_0 - o) = f'(x_0)$$

tengliklar o'rinli bo'ladi.

2-teorema. Agar $f(x)$ funksiya $U_\varphi(x_0)$ atrofda uzluksiz $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada bir tomonli $f'(x_0 + o)$, $f'(x_0 - o)$ hosilalarga ega bo'lib $f'(x_0 + o) = f'(x_0 - o)$ tengliklar o'rinli bo'lsa, funksiya shu nuqtada $f(x)$ hosilaga ega va ushbu tenglik o'rinli bo'ladi.

$$f'(x_0) = f'(x_0 + o) = f'(x_0 - o).$$

1-misol. Funksiyaning o'sish va kamayish oraliqlarini toping:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 3.$$

Bu funksiya oraliqda aniqlangan.

Uning hosilasi

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x - 2)(x + 1)$$

Ushbu tengsizliklarni oraliqlar usuli bilan yechib, $(-\infty; -1)$ va $(2; +\infty)$ oraliqlarda funksiyaning o'sishi hamda $(-1; 2)$ oraliqda funksiyaning kamayishini bilib olamiz.

$(-\infty; -1)$ va $(2; +\infty)$ oraliqlarda funksiya o'sadi; $(-1; 2)$ oraliqda esa funksiya kamayadi.

2-misol. Funksiyaning o`shish va kamayish oraliqlarini toping.

$$f(x) = x + \frac{1}{x}.$$

Bu funksiya $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ oraliqda aniqlangan.

Uning hosilasi:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}; \quad f'(x) > 0, \quad \text{ya'ni} \quad 1 - \frac{1}{x^2} > 0 \text{ tengsizlikni oraliqlar usuli}$$

bilan yechib, hosilaning $(-\infty; -1)$ va $(1; +\infty)$ oraliqlarda musbatligini topamiz.

$$\text{Xuddi shuningdek, } f'(x) < 0 \text{ ya'ni } 1 - \frac{1}{x^2} < 0 \text{ tengsizlikni oraliqlar usuli}$$

bilan yechib, bu tengsizlik $(-1; 0)$ va $(0; 1)$ oraliqlarda bajarilishini bilib olamiz

Javob: funksiya $(-\infty; -1)$ va $(1; +\infty)$ oraliqlarda o`sadi; funksiya $(-1; 0)$ va $(0; 1)$ oraliqlarda esa kamayadi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. T.Azlarov, H.Mansurov. “ Matematik analizdan misol va masalalar yechish” (1-qism) Toshkent “O`qituvchi” 1994-yil.
2. Sh.A.Alimov, O.R.Xolmuhammedov, M.A. Mirzaahmedov, “Algebra” 11-sinf uchun darslik. Toshkent “O`qituvchi” 2017-yil.
3. Alimov SH. A, Kolyagin M. va boshqalar “ Algebra va analiz asoslari” 2016-yil.