MATEMATIKA VA INFORMATIKA

https://matinfo.jdpu.uz

2023-No:3-3

MATHEMATICS AND INFORMATICS IN EDUCATION

"MATEMATIKA VA INFORMATIKA" elektron jurnali Jizzax davlat pedagogika instituti negizida 2020 yil tashkil etilgan bo'lib, bugungi zamonaviy ta'lim jarayonida matematika va informatika fanlarining ilmiy yutuqlari va dolzarb amaliy–tadbiqiy muammolariga bag'ishlanadi. Mazkur jurnalga quyidagi yo'nalishlarda maqolalar qabul qilinadi:

- 13.00.01 Pedagogika nazariyasi. Pedagogik ta'limotlar tarixi
- 13.00.02 Ta'lim va tarbiya nazariyasi va metodikasi (sohalar bo'yicha)
- 13.00.03 Maxsus pedagogika
- 13.00.05 Kasb-hunar ta'limi nazariyasi va metodikasi
- 13.00.06 Elektron ta'lim nazariyasi va metodikasi (ta'lim sohalari va bosqichlari bo'yicha)
- 13.00.07 Ta'limda menejment
- 01.01.00 Matematika
- 05.01.00 Axborot texnologiyalari, boshqaruv va kompyuter grafikasi

Jurnaliga taqdim etiladigan ilmiy maqolalarga qo'yiladigan asosiy talablar jahon andozalari hamda O'zbekistonda yaqindan beri amal qilayotgan PhD tadqiqotlari tizimidagi andozalardan kelib chiqadi.

Jurnalda magistrantlar, doktarantlar, tadqiqotchi-o'qituvchilar va boshqa ilmiy faoliyat bilan shug'illanuvchi tadqiqotchilarning maqolalari nash etiladi.

Jurnalning asosiy maqsadi o'zbek va horij tadqiqotchilarining fundamental va amaliy ahamiyatga molik bo'lgan ilmiy yutuqlarini aks ettirish orqali matematika va informatika sohasidagi ilm-fanga ko'maklashdan va ularni ommalashtirish uchun Google Scholar ma'lumotlar bazasiga havola etish. Nashr ikki oyda bir marta (yiliga olti marta)

Jurnalga maqolalar o'zbek, rus va ingliz tilida qabul qilinadi.

Elektron jurnal tahririyati manzili: Jizzax shahar, Sharof Rashidov shox ko'chasi 4 uy

Jurnal bosh muharriri- Ergashev Jamshid Bahtiyorovich- pedagogika fanlari nomzodi, dotsent

Bosh muharir o'rinbosari- Turdiboyev Sanjar Sobirjon o'g'li, katta o'qituvchi +99899 581 77 00

О ЧИСЛЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОДНОЧАСТИЧНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА НА ТРЕХМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ

Бозоров Ислом Номозович,

Абдухамидова Дилбар Бахтиёр кизи

Самаркандский государственный университет,

Джизакский государственный педагогический университет

Пусть $T^3 = (-\pi, \pi]^3$ – трехмерный тор и $L^2(T^3)$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых функций, определенных на T^3 $L_e^2(T^3) \subset L^2(T^3)$ – подпространство четных функций.

Рассмотрим оператор, описывающий движение одной квантовой частицы на трехмерной решетке во внешнем поле, действующий в гильбертовом пространстве $L_e^2(T^3)$, по формуле

$$h_\lambda = h_0 - v_\lambda ,$$

где h_0 оператор умножения на функцию ε:

$$(h_0 f)(p) = \varepsilon(p) f(p), \quad \varepsilon(p) = \sum_{i=1}^{3}\left(1 - \cos p^{(i)}\right), \quad f \in L_e^2(T^3), \quad p = \left(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}\right) \in T^3,$$

v_λ – интегральный оператор ранга 3:

$$(v_\lambda f)(p) = \frac{\lambda}{(2\pi)^3} \int_{T^3} \sum_{i=1}^{3} \cos p^{(i)} \cos t^{(i)} f(t), \quad f \in L_e^2(T^3).$$

Заметим, что существует квадратной корень

$$\left(v_\lambda^{\frac{1}{2}} f\right)(p) = \frac{\sqrt{2\lambda}}{(2\pi)^3} \int_{T^3} \sum_{i=1}^{3} \cos p^{(i)} \cos t^{(i)} f(t), \quad f \in L_e^2(T^3)$$

неотрицательного оператора v_λ.

Так как возмущенный оператор v_λ есть интегральный оператор ранга 3, согласно теореме Вейля (см. [2]), непрерывный спектр $\sigma_{cont}(h_{\mu\lambda})$ оператора $h_{\mu\lambda}$, не зависит от $\lambda > 0$ и совпадает со спектром $\sigma(h_0)$ оператора h_0, т.е.,

$$\sigma_{cont}(h_\lambda) = \sigma(h_0) = [0,6].$$

Пусть $C-$ комплексная плоскость и $r_0(z),\ z\in C\setminus[0,6]-$ резольвента оператора h_0. Для любых фиксированных $\lambda>0$ и $z\in C\setminus[0,6]$ определим компактный интегральный оператора Бирмана-Швингера $G_\lambda(z)$, действующий в $L_e^2(T^3)$по формуле

$$G_\lambda(z)=v_\lambda^{\frac{1}{2}}r_0(z)v_\lambda^{\frac{1}{2}}.$$

Функция $\varepsilon(\cdot)$ имеет невырожденный минимум в точке $q=0$ и $\varepsilon(0)=\min\limits_{q\in T^3}\varepsilon(q)$.

Поэтому для любых $p,q\in T^3$ существует предел

$$\lim_{z\to 0-}G_\lambda(z;p,q)=\int_{T^3}\frac{v_\lambda^{\frac{1}{2}}(p-t)v_\lambda^{\frac{1}{2}}(t-q)}{\varepsilon(t)}dt$$

и определяет компактный оператор $G_\lambda(0)$ в $L_e^2(T^3)$.

Определение 1. *Будем говорить, что порог* $z=0$ *непрерывного спектра* $\sigma_{cont}(h_\lambda)$ *является особой точкой непрерывного спектра (ОТНС) оператора* h_λ *, если число* 1
является собственным значением оператора $G_\lambda(0)$.

Определение 2. *Будем говорить, что оператор* h_λ *имеет виртуальный уровень (в левом пороге непрерывного спектра), если число* 1 *является (простым или кратным) собственным значением оператора* $G_\lambda(0)$ *и по крайней мере (с точностью до константы) одна из соответствующих собственных функций* ψ *удовлетворяет условию*

$$\frac{(v_\lambda^{\frac{1}{2}}\psi)(\cdot)}{\varepsilon(\cdot)}\in L_e^1(T^3)\setminus L_e^2(T^3).$$

Для любого фиксированного $\lambda>0$ определим функцию $\Delta(\lambda;z)$ (определитель Фредгольма оператора $I-G_\lambda(z)$) по формуле

$$\Delta(\lambda;z)=\det(I-G_\lambda(z)).$$

Положим

$$b(z)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{T^3}\frac{\cos q^{(i)}dq}{\varepsilon(q)-z}, \qquad c(z)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{T^3}\frac{\cos^2 q^{(i)}dq}{\varepsilon(q)-z},$$

$$d(z)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{T^3}\frac{\cos q^{(i)}\cos q^{(j)}dq}{\varepsilon(q)-z}, \quad z\le 0,\ i,j=1,2,3,\ i\ne j\,.$$

Положим $\lambda_1^0=\left(3b(0)\right)^{-1}$, $\lambda_2^0=\left(c(0)-d(0)\right)^{-1}$.

Легко проверить, что выполняется неравенство $\lambda_2^0>\lambda_1^0$.

Следующая теорема полностью описывает наличие и количество виртуальных уровней и отрицательных собственных значений при всех $\lambda>0$.

Теорема. *1.* Пусть $0<\lambda<\lambda_1^0$. Тогда оператор h_λ не имеет собственных значений в интервале $(-\infty,0)$ и точка $z=0$ не является ОТНС оператора h_λ;

2. Пусть $\lambda=\lambda_1^0$. Тогда число $z=0$ является виртуальным уровнем оператора, h_λ и оператор h_λ не имеет собственных значений в $(-\infty,0)$;

3. Пусть $\lambda_1^0<\lambda<\lambda_2^0$. Тогда оператор h_λ имеет единственное собственное значение, $z^{(1)}(\lambda)<0$ и точка $z=0$ не является ОТНС оператора h_λ;

4. Пусть $\lambda=\lambda_2^0$. Тогда число $z=0$ является двукратным собственным значением оператора h_λ. Кроме того, оператор h_λ имеет единственное собственное значение $z^{(1)}(\lambda)<0$;

5. Пусть $\lambda>\lambda_2^0$. Тогда оператор h_λ имеет три собственных значений (с учетом кратности) $z^{(1)}(\lambda)<0$ и $z^{(2)}(\lambda)<0$. При этом $z^{(1)}(\lambda)<z^{(2)}(\lambda)$ и точка $z=0$ не является ОТНС оператора h_λ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] S.Albeverio, S.N.Lakaev, K.A.Makarov and Z.I.Muminov, The Threshold effects for the two-particle Hamiltonians. Communications in Mathematical Physics, 262 (2006), 91-115.

[2] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.IV: Анализ операторов. М. Мир,1982.